

4-Дәріс

Тақырыбы: Функция. Функцияның дәл жоғарғы және дәл төменгі шекарасы. Кері функция. Күрделі функция. Параметрлік түрде берілген функция. Айқын емес функция. Функция графигі.

D мен E нақты сандар жиыны болсын. Әрбір $x \in D$ санына E жиынының $y \in E$ санын сәйкес қоятын f ережесі D жиынында берілген **санды функция** деп аталады және ол

$$y = f(x), x \in D \text{ немесе } f : D \rightarrow E$$

деп жазылады. D – функцияның **анықталу жиыны**, ал $E = \{y \in R : y = f(x), x \in D\}$ – функцияның **мәндер жиыны** деп аталады. x – **аргумент** немесе **тәуелсіз айнымалы**, ал аргументтің белгілі бір x_0 мәніне сәйкес келетін $y_0 = f(x_0)$ саны, $x = x_0$ – нүктесіндегі **функция мәні** деп аталады, және оны кейде $f(x)|_{x=x_0}$ арқылы да белгілейді.

Функция ұғымы қарастырылған санды функциялармен ғана шектелмейді. D мен E – кез келген жиындар болсын.

Анықтама. Әрбір $x \in D$ элементіне жалғыз $y = f(x) \in E$ элементін сәйкестендіретін ереже D жиынында анықталған функция деп аталады. E – оның мәндер жиыны, ал D – функцияның анықталу жиыны деп атайды.

Санды функцияларды түрлі әдістермен беруге болады.

1⁰. Кестелік. Функция кесте түрінде берілуі мүмкін.

Бұл тәсіл функцияны толық сипаттай алмайды, өйткені, кестеге функцияның анықталу жиынындағы барлық нүктелерді кіргізу мүмкін емес.

2⁰. Графиктік тәсіл. OXY жазықтығының $x \in D$ және $y = f(x)$ болатын (x, y) нүктелер жиынын $y = f(x)$ функциясының **графигі** деп аталады. График функцияның геометриялық бейнесі. Ол арқылы функцияның өзгеру тәртібін анықтауға болады.

3⁰. Аналитикалық тәсіл. Мұнда формула көмегімен x аргументінің әрбір мәні үшін $y = f(x)$ функциясының сәйкес келетін мәнін есептеу алгоритмі нақты көрсетіледі. Бұл жағдайда әдетте функцияның D анықталу жиыны деп осы берілген формуланың мағынасы бар болатын x аргументінің барлық мәндерінен тұратын жиынды атайды.

Анықтама. $f : D \rightarrow E$ функциясы $\forall x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$ мәндеріне $f(x_1) \neq f(x_2)$ шарты орындалатындай мәндерді сәйкестендіретін функция болсын, яғни функцияның әрбір мәні тек қана бір нүктеде қабылданады, онда әрбір $y \in E$ санына $f(x) = y$ болатындай белгілі бір $x_y \in D$ саны сәйкес қойылуы мүмкін. Осылай анықталған жаңа $f^{-1} : E \rightarrow D$ функция берілген f функциясына **кері функция** деп аталады.

Анықтама. $f : D \rightarrow E$ және $g : F \rightarrow G$ функциялары беріліп, $E \subseteq F$ кірістіруі орындалсын. Онда әрбір $x \in D$ элементіне f бойынша сәйкес келетін $f(x)$ элементіне g ережесін қолданудың нәтижесін сәйкес қоятын ереже, f және g функцияларының

композициясы немесе күрделі функциясы деп аталады да, $g \circ f$ немесе $g(f(x))$ символдарымен белгіленеді.

Анықтама. Егер $y = f(x)$ функциясының D анықталу жиыны **симметриялы** жиын болып және әрбір x үшін

$$f(-x) = f(x), (f(-x) = -f(x))$$

болса, онда $f(x)$ функциясын **жұп (тақ)** дейді.

Анықтама. Егер барлық $x \in (-\infty, \infty)$, және белгілі бір $T \neq 0$ үшін $f(x + T) = f(x)$ болса, онда f функциясы **периодты** функция деп аталады, ал T санын оның периоды деп атайды.

Анықтама. Егер $x_1 < x_2$ болатын $\forall x_1, x_2 \in D(f)$ сандары үшін:

$f(x_1) \leq f(x_2)$ орындалса, онда $y = f(x)$ **кемімейтін,**

$f(x_1) \geq f(x_2)$ орындалса, онда $y = f(x)$ **өспейтін,**

$f(x_1) < f(x_2)$ орындалса, онда $y = f(x)$ – **өспелі,**

$f(x_1) > f(x_2)$ орындалса, онда $y = f(x)$ – **кемімелі**

функциялар деп аталады.

X жиынында осы төрт қасиеттің тек біріне ғана ие болатын функцияны X – **жиынында монотонды** деп атайды.